

國小職前教師設計數學桌遊融入數學教學之行動研究： 以數與計算概念為例

陳彥廷 臺中教育大學數學教育學系教授

摘要

本研究是由師培者帶領國小職前教師設計以「數與計算」概念為本的數學桌遊，並將此桌遊實施於課室之中，以描述此過程所遭遇之困難與解決方案。因此，本研究蒐集研究過程中職前教師所撰寫之學習日誌、他們在發展數學桌遊過程中討論與分享的錄影語料、以及研究者的觀察反思札記。本研究將此歷程分為學習內容分析期、坊間桌遊試玩期、新創牌卡開發期、桌遊模組精緻期等四個階段，最後，讓第一線教師將此桌遊帶入小學現場中，期能提升國小學童的數學學習動機與學習成效。

關鍵詞：數學桌遊、數與計算、職前教師

壹、前言

Piaget (1962)提到，遊戲，是讓新鮮事發生的來源之一。Lehmann (2008)也指出，若能從孩童的好奇心、興趣與覺得好玩促發其學習動機，讓他自發性地學習某個主題或從事某項活動，則孩童所產生「內發性趨力」最強、最持久。此外，Elkind (2007)認為，遊戲蘊含幻想、想像與創造，是進行高層次思考與成功數理學習必備的心理特性；遊戲更是奠定數學與科學

學習以及閱讀的基礎。由此可見，運用遊戲於數學學習的歷程，不僅可提升學生的數學學習動機，亦可促進學生的數學概念理解。

在台灣，國民中小學九年一貫數學領域課程綱要將數學內容分為數與量、幾何、代數以及統計與機率等四大主題。其中，小學階段數與量主題的能力指標有 62 條 (全部指標有 101 條)，佔所全體的 61%。由此可見，數與量主題在小學階段據其重要性。再者，有許多研究(余蕙如，2016；周欣音，2013；周雅釗、黃志勝、施淑娟、郭伯臣，2009；Andersson, 2008)指出，在小學階段，有許多學童都在數的計算過程中出現錯誤或是產生迷思概念。其中，學生對於質數概念，經常產生「無法立即判斷 1 是否為質數」以及「錯誤認為 2 不是質數 (因為質數必為偶數)」的迷思概念 (侯采伶，2016)，並且，質數的概念對於未來國中階段七年級學生學習「質因數分解」單元具其影響性。由此觀之，質數概念在數學概念與數學後續計算上具有承先啟後的重要性。

近年來，臺灣九年一貫課程改革已將發展課程、自行設計教材的權利賦予給教師 (教育部，1998)，但長久以來，教科書 (包括課本、習作、教師手冊與教學指引) 仍然是課室裡師生教學互動的主要依據 (洪若烈，2003)。此現象也在美國數學課室中經常發生 (Grouws, Smith & Sztajn, 2004)。足見，教師要改變原有教學習慣，以符應當前課程改革的方向實屬不易 (Agudelo-Valderrama, 2008)。此外，Pugh, Linnenbrink-Garcia, Koskey, Stewart 與 Manzey (2010) 也指出，初任教師進入教學現場時，由於缺乏實務經驗，所使用的教學方法與策略，往往只能依據經驗或背景知識。鑑此，本研究帶領目前在本校修讀國小師資培育課程的國小職前教師，開發一套適合於國小數學課室中進行，且能促進學生精熟質數概念的數學桌遊。而研究

者則由此歷程中，蒐集他們的設計手稿、反思札記、錄影語料以及晤談語料並進行分析，以報導他們開發此「質數牌卡」數學桌遊的階段與發展內涵。此為本研究之目的。

貳、理論基礎與文獻探討

鑑於本研究意欲引導國小職前教師開發一套具有「促進學生精熟質數概念」的數學桌遊，以下，茲從遊戲相關理論與實徵研究以及質數概念之內涵與課程地位分析進行探討，以作為本研究之立論基礎。

一、遊戲相關理論與實徵研究

張維忠（2006）指出，遊戲是一個廣泛的概念，它可以作為消遣時光或尋求娛樂用途；遊戲本身就是文娛活動的一種，依其功能可分為智力遊戲（目的在發展智力）和活動性遊戲（目的在發展體力）。他更指出，遊戲是數學的重要組成部分之一，無論從數學知識本身或是數學活動進行的過程以及人們從事數學活動的動機、方法等方面，都可以發現數學的活動蘊含遊戲的因素。Singer, Golinkoff 與 Hirsh-Pasek (2008)也提到，對小學階段的學童來說，遊戲就是學習，是影響其發展好奇心、動機與征服感（sense of mastery）的重要關鍵。此外，Vygotsky (1976)也從遊戲對心智發展的觀點提出，遊戲對兒童的認知發展來說，具有重要的影響地位，且遊戲的本質是社會性的過程，孩童透過遊戲彼此分享經驗，而藉此瞭解真實的世界，這種社會建構的過程，會逐漸內化為個人內在的意義。Bruner (1983)對此也指出，遊戲能孩童在過程中統合嘗試行為的機會，這是在成人刻意安排的活動壓力下無法達成的功效。由此看來，在數學學習活動中安排數學遊戲，不僅能提升學生的學習動機，亦可促進學生對數學概念的深層理解，是一條協助學生數學學習的路徑之一。

綜觀學者們 (Christie & Johnsen, 1983; Hirsh-Pasek & Golinkoff, 2003)的觀點，遊戲具有

- 1.令人感到愉悅、愉快；
- 2.無外部目標；
- 3.自發性願意行動；
- 4.投入活動進行；
- 5.是吸引人的 (engrossing)；
- 6.具有個人認為的真實性 (private reality)；
- 7.無一定步驟；
- 8.涵有某種特定假扮的元素等特質。

上述關於學者所提出的這些遊戲的特質，將作為本研究評估職前教師所開發數學桌遊的品質參考。

過去，以有許多研究設計數學遊戲並運用於課室中進行。賴珮以 (2007) 發現，實施數學遊戲教學之課程，能有效提昇學生的學習動機，並強化其學習信念，但無助於其學習成就的改變。方妹蘋 (2003) 利用合作學習進行以數學遊戲為主的教學活動，其結果發現，透過操作教具的實踐經驗，學生能具體的感受教學活動的內容，從中學到相關的數學知識，並提升學生的學習興趣。黃怡芳 (2004) 運用數學遊戲讓學童練習二位數加減運算，其結果顯示，學童在此過程中覺得數學變有趣了，並且，其二位數加減運算的錯誤率亦明顯下降。從上述相關實徵研究發現，幾乎所有研究都肯定數學遊戲具有提升學生學習動機、學習興趣之功能，但對於數學學習成效則有不同的見解，研究者認為，這可能與數學遊戲設計時背後的目標(發展概念、精熟運算技能)有很大的關聯性。

二、質數概念之內涵與課程地位分析

由於本研究希望能引導國小職前教師開發一套具有「促進學生精熟質數概念」的數學桌遊，此概念在台灣九年一貫數學領域課程綱要中，乃規劃於國小六年級教授，其所屬的分年細目為「6-n-01 能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解 (質數 < 20，質因數 < 20，被分解數 < 100)」(教育部，2008)。由此觀之，學童在此概念發展中，必須：1.理解質數的

因數只有 1 與自己之意義；2.理解大於 1 且不是質數的整數(或有 3 個以上因數個數的整數)稱為合數；3.在對一數做因數分解時，發現遇到質數就必須停止進行分解(例如： $60=6\times 10=(2\times 3)\times(2\times 5)=2\times 2\times 3\times 5$)；4.能以短除法進行任意小於 100 的數之質因數分解。由此看來，學生在本概念教學完畢後，應能判斷任意小於 100 的數是否為質數，並能在小於 100 的數之短除法中，以質數進行分解。接續，研究者再參考國小階段各版本數學教科書，針對「最大公因數與最小公倍數」之單元(質數概念蘊含於此單元)，分析其課程地位如下圖 1 所示。

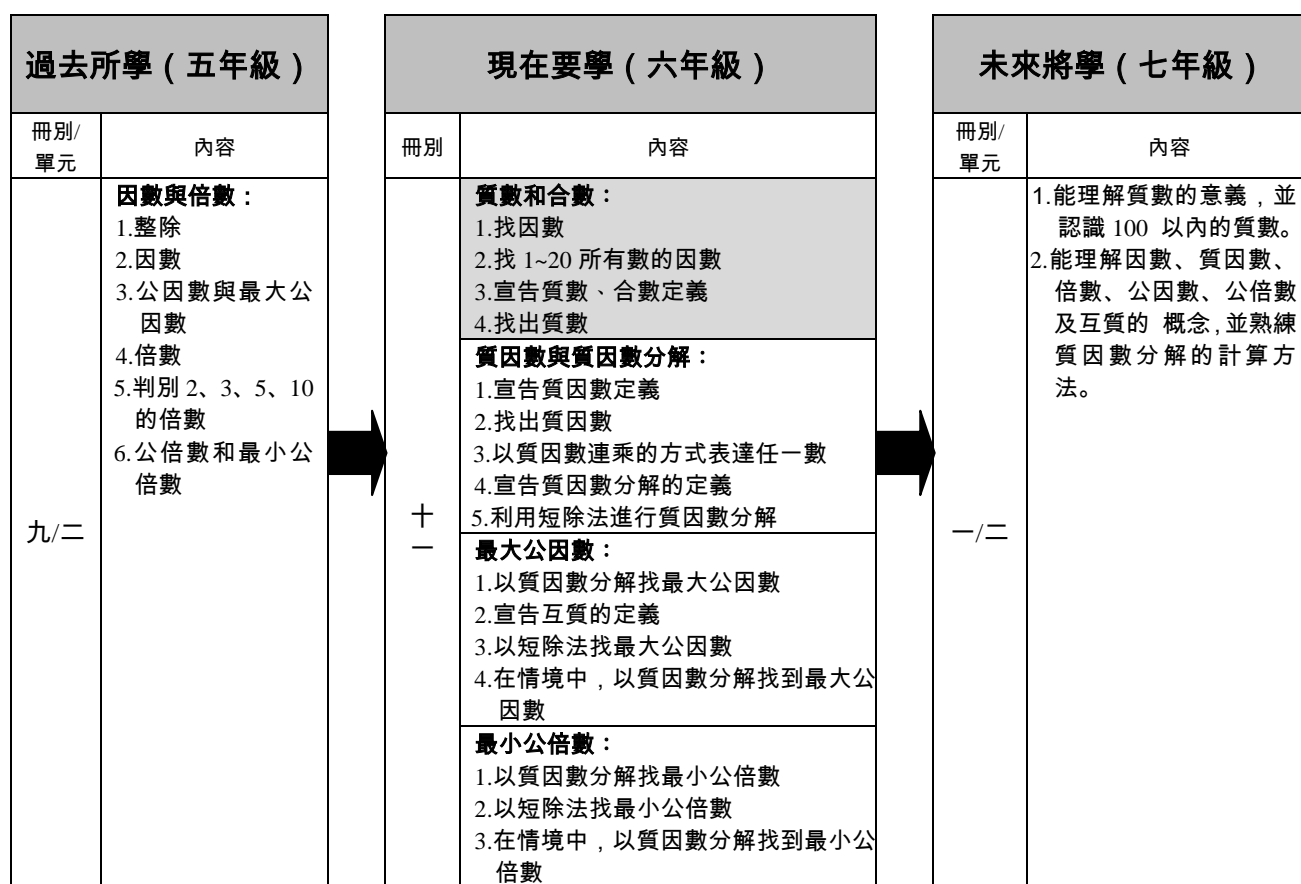


圖 1：國小六年級「最大公因數與最小公倍數(含質數概念)」單元之課程地位分析

由圖 1 來看，六年級學童在五年級時已透過除法運算，知道當除法運算餘數為 0 時，稱之為「整除」(具備整除的概念)。並且，由整除的算式(例如： $A\div B=C\dots 0$)中，獲知「B

為 A 的因數」(具備因數的概念) 以及「A 為 B 的倍數」(具備倍數的概念)。而前述這些概念卻是六年級學生學習質數概念的先備知識。學生則植基於這些先備知識，繼續學習找因數的方法，並能熟練地找出 1~20 所有數的因數；再以「只有 1 與自己的因數即為質數」的定義學習判斷 100 以內的任意數為質數或合數。

參、研究設計與實施

以下，茲針對本研究之研究方法、研究參與者、資料蒐集與分析以及研究的信實度檢核進行說明。

一、研究方法

蔡清田 (2011) 指出，行動研究所探究的問題是實際的實務工作問題，實務工作者可藉由日記、工作現場之筆記、錄音或錄影之紀錄資料、三角交叉檢證、問卷調查表、簡短的個案研究紀錄等等進行研究，以改進自身的實務工作。由於本研究主要目的在報導研究者引領國小職前教師設計具有「促進學生精熟質數概念」的數學桌遊之歷程，開發過程中，他們遇到什麼問題？他們所考量的因素為何？因此產生下一階段的行動。上述研究的過程，符應蔡清田所提之行動研究精神，故本研究屬於行動研究。

二、研究參與者

參與本研究的人員可分為兩類：第一類是參與本研究開發「質數概念」數學桌遊的 2 位國小職前教師；第二類是參與數學桌遊試行的 10 位國小在職教師。以下，茲分別針對這兩類參與者進行說明。

(一) 數學桌遊開發者- 2 位國小職前教師

參與本研究的 2 位國小職前教師 (S1, S2), 是研究者任教學校數學相關系所的碩士班研究生, 他們也同時修讀本校國民小學師培課程。因此, 可稱為立意取樣。過去, 這 2 位師資生已修讀師培課程中普通數學、兒童數學概念發展與數學教材教法等課程, 並且, 也透過本系的文獻批判課程, 接觸過當前關於數學教育中的課程與教學、評量、學生數學學習、教師數學教學相關知識等主題的相關文獻閱讀。此外, 他們也參與縣市數學領域輔導團教師的輔導下, 試行、修正並前往原住民族部落學校進行實際教學實踐。因此, 他們相較於其他師資生的學經驗背景部分堪稱豐富。

(二) 數學桌遊試行參與者- 10 位國小在職教師

參與本研究的 10 位國小在職教師, 是研究者任教學校數學相關系所的碩士班畢業生。他們目前都在台灣中部縣市 (台中市、南投縣) 服務。過去, 他們在本校修讀碩士班課程時, 都曾參與研究者所組成的數學桌遊研發團隊, 因此, 對於數學桌遊開發都具備基本概念, 並且, 也很樂意針對本研究所開發的作品提供豐富且有建設性的修正建議。

三、資料蒐集與分析

Guba 與 Lincoln (1981) 指出, 欲提升研究的信度與效度, 可使用不同方法蒐集不同來源的資料, 來解釋同一個現象, 即可達成。因此, 本研究蒐集研究者在引導 2 位國小職前教師開發「質數概念」數學桌遊過程中所產生的相關資料進行分析。資料類別包括他們的設計手稿、反思札記、錄影語料以及晤談語料。

由於本研究的目的在於以行動研究的方式, 報導參與本研究的國小職前教師其在開發「質

數概念」數學桌遊的行動、反思與再行動歷程，因此，在資料分析主要是依據 2 位國小職前教師開發「質數概念」數學桌遊的時間序列，找到職前教師於開發歷程中遭遇的問題與困境，並理出他們所據以思考而做出決策的再行動內涵。首先，研究者以「錄影語料」為基礎，透過對文件持續閱讀，經持續比較、歸納，而獲得師資生在開發「質數概念」數學桌遊的行動與反思。其次，研究者再從「反思札記」、「晤談語料」等其他類別資料進行分析，結果的主張才逐漸呈現。

綜合來說，研究者期望在「多方資料檢視」及「不同主體呈現相同樣態」下，逐漸形成研究主張，希望在質性分析中符合經驗科學方法中「互為主體性」的可複製期待。

四、研究信實度檢核

本研究的分析是從「不同資料來源」與「不同人員」的三角校正建立信度。其中，以不同類別資料進行比對，檢視 2 位國小職前教師在開發「質數概念」數學桌遊中的行動與反思；此外，研究者也邀請另外一位擁有科學教育（數學教育組）博士(R2)，依據本研究所製訂的編碼原則，隨機抽取全數資料之十分之一進行歸類，彼此的相互同意度達 .92。

肆、研究結果與討論

由於本研究是以行動研究的方式報導 2 位國小職前教師開發「質數概念」數學桌遊過程中的行動與反思。因此，研究者依據研發過程的「階段目標」將研究歷程分為學習內容分析期、坊間桌遊試玩期、新創牌卡開發期、桌遊模組精緻期等四個階段。下表 1，茲分述 2 位國小職前教師在開發「質數概念」數學桌遊各階段中的行動、遭遇問題與反思後新策略內涵：

表 1：「質數概念」數學桌遊開發歷程的行動、遭遇問題與反思後新策略

階段	行動	遭遇問題	反思後新策略
學習內容分析期	1.決定桌遊開發主題	1-1.對學生容易產生學習困難的概念不清楚。 1-2.對目前教學現場中曾被開發的數學遊戲，其涉及的概念內涵掌握不足。	1-1-1.閱讀期刊論文與學位論文等相關文獻。 1-1-2.拜訪並諮詢國小教師，獲知教學上學生常見的迷思概念。 1-2-1.拜訪並諮詢新竹縣、苗栗縣、台中市等縣市數學領域輔導團教師，蒐集教學現場中使用之數學桌遊。 1-2-2.分析從教學現場中所獲得的數學桌遊其涉及的概念內涵。
坊間桌遊試玩期	2.決定開發「質數概念」數學桌遊	2-1.桌遊的形式、玩法該如何設計？ 2-2.希望開發「一桌遊，多玩法，多概念」的數學桌遊。	2-1-1.回顧過去曾體驗過的桌遊類型、玩法（規則）。 2-1-2.蒐集坊間所熱賣的桌遊，並親自體驗，尋找合適仿製的桌遊。 2-1-3.彙整各類桌遊的形式與玩法（規則）。 2-2-1.植基於「質數概念」數學桌遊的設計（提供 1~120 數字卡），檢視教科書中能運用此牌卡進行學習或精熟的數學概念。
新創牌卡開發期	3.決定以「撲克牌心臟病」模式進行「質數概念」數學桌遊設計	3-1.希望開發的「質數概念」數學桌遊，還能提供一至五年級學童使用。	3-1-1.尋找有關「數字」遊戲的設計內涵。 3-1-2.以「猜數字」為基底，運用每一年段所教授的「數學語言」，規畫並擴充每一年段都可進行的「猜數字」數學桌遊。
桌遊模組精緻期	4.邀請第一線國小數學教師試行「質數概念」數學桌遊與「猜數字」數學桌遊	4-1.牌卡中數字 6 與 9 不易區分。	4-1-1.考量「質數概念」數學桌遊牌卡具有坊間「牛頭王」的功能，故以數字上加上「★」以利區辨。

註：本文將相關佐證資料與詳述內容刪除，後續期刊投稿將呈現全文分析之樣貌。

綜合上述關於 2 位國小職前教師在開發「質數概念」數學桌遊各階段中的行動、遭遇問題與反思後新策略內涵列表說明，本研究所發展之「質數概念」數學桌遊之樣貌與遊戲規則如下圖 1 所示：

「質數概念」數學桌遊說明	牌卡舉隅
--------------	------



圖 1：「質數概念」數學桌遊之樣貌與遊戲規則

伍、結論

本研究是由研究者引領 2 位國小職前教師設計一套具有「能夠精熟質數概念」功能的數學桌遊，並運用行動研究的方法，循序漸進地記錄 2 位職前教師開發數學桌遊過程中的行動、遭遇到的問題與反思後所決定之新策略。結果發現，本次開發數學桌遊的歷程共分為四個階段：第一階段為學習內容分析期，其行動主要在決定裕開發之數學桌遊主題，但是，卻因為無法掌握小學階段學生經常出現的迷思概念以及錯誤類型之困境，進而透過相關文獻與的閱讀以及第一線教師的訪談，而決定以「質數概念」作為數學桌遊的主題；第二階段為坊間桌遊試玩期，在決定數學桌遊的主題後，2 位職前教師開始思索，哪一類型的桌遊才能讓學生透過桌遊活動，而精熟「質數概念」？於是，研究者與 2 位職前教師開始展開搜尋並試玩坊

間較為暢銷的桌遊，並整理出其桌遊類型多仿自「大富翁」與「撲克牌」形式的桌遊；第三階段為新創牌卡開發期，在考量「時間壓力促成迅速判斷質數」的因素下，2位職前教師決定以「撲克牌-心臟病」的形式作為設計「質數概念」數學桌遊的遊戲規則，然而，2位職前教師還認為，如果數學桌遊牌卡能具有「一桌遊，多玩法，多概念」的功能，則其效用就更高。因此，在考量「(1~120)數字能提供運算外，亦能以猜數字的方式提升學生的數感」的因素，2位職前教師更整理一~六年級數學課本中的數學語言（例如： $? \div 5 = \square \dots 0$ 代表？為5的倍數）或計算類型，進而開發「以數學語言猜數字」的數學桌遊，使得本研究所開發的牌卡更具豐富性；第四階段為桌遊模組精緻期，主要行動為邀請第一線國小數學教師試行「質數概念」數學桌遊與「猜數字」數學桌遊，在參與試行的教師提供相關意見後，2位職前教師繼續修正「質數概念」數學桌遊與「猜數字」數學桌遊牌卡，最後形成較為精緻的作品。

參考文獻

- 余蕙如 (2016)。翻轉教室自主學習在小學四年級整數四則計算教學之研究。未出版之碩士論文，國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系，臺北市。
- 周欣音 (2013)。發展行動平板電腦之國小數學除法解題錯誤類型分析系統：運用課程本位測量模式。未出版之碩士論文，國立臺北教育大學課程與教學研究所，臺北市。
- 周雅釧、黃志勝、施淑娟、郭伯臣 (2009)。結合線上診斷評量系統之適性補救教學研究。《國際網路技術學刊》，10(4)，419-425。
- 侯采伶 (2016)。用桌遊來翻轉學習 - 以國中數學質數為例。《臺灣教育評論月刊》，5(5)，132-137。
- 洪若烈 (2003)。國小教師之教科書使用方式及其影響因素之探討。《國教學報》，15，175-192。
- 教育部 (1998)。國民中小學九年一貫課程總綱綱要。臺北市：作者。
- 張維忠 (2006)。論數學遊戲。《數學傳播》，30(4)，83-94。
- 蔡清田 (2011)。行動研究的理論與實踐。《國家文官學院 T&D 飛訊季刊》，118，1-20。
- 賴珮以 (2007)。遊戲教學對七年級學生數學學習信、學習動機與學習成就之研究。未出版之碩士論文，大葉大學教育專業發展研究所，彰化縣。
- Agudelo-Valderrama, C. (2008). The power of Colombian mathematics teachers' conceptions of social/institutional factors of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 37-54.
- Andersson, U. (2008). Mathematical competencies in children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 48-66.
- Christie J, & Johnsen E. (1983). The role of play in social-intellectual development. *Review of Educational Research*, 53(1), 93-115.
- Elkind, D. (2007). *The power of play: How spontaneous, imaginative activities lead to happier, healthier children*. Cambridge, MA: Da Capo Press.
- Grouws, D., Smith, M., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practices of United States mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester (Eds.), *Results and interpretations of the 1990 through 2000 Mathematics Assessments of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1981). *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Hirsh-Pasek, K., & Golinkoff, R. M. (2003). *Ever D. E. Einstein never used flashcards: How our children really learn and why they need to play more and memorize less*. Emmaus, PA: Rodale Press.
- ehmann, I. (2008). *Motivation*. KG, Germany Munich Company.
- Piaget, J. (1962). *Play, dreams and imitation in childhood*. NY: W.W. Norton & Company.
- Pugh, K. J., Linnenbrink-Garcia, L., Koskey, K. L. K., Stewart, V. C., & Manzey, C. (2010). Motivation, learning, and transformative experience: a study of deep engagement in science. *Science Education*, 94,1-28.
- Singer, D. G., Golinkoff, R., & Hirsh-Pasek, K. (2008). *Play = learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth*. New York: Oxford University Press.
- Vygotsky, L. S. (1976). *Play and its role in the mental development of play*. New York: Basic Books.