

# 基于支持向量回归的教育评估方法

国防科技大学训练部政策研究室 王强 黄楠

**摘要：**分析了教育评估问题及现有方法，提出了基于支持向量回归的教育评估方法。首先，介绍了支持向量回归算法。其次，探讨了基于支持向量回归的教育评估原理。最后，以学位授权点合格评估为例进行了模拟评估。

**关键词：**教育评估 支持向量回归 合格评估

## 一、引言

高等教育质量向来是人们关注的热点。教育评估是政府对高等教育进行决策、控制和管理，促进高校竞争与发展的重要手段。由于教育活动的复杂性，造成影响教育质量的诸多因素之间存在着大量的相关性，并且这些因素与教育质量评估结果之间表现出高度的非线性、不确定性和不精确性，难以建立确定的数学模型。近年来，应用具有非线性学习能力的各种智能学习方法进行教育评估的实践已引起越来越多研究人员的关注[1-3]。

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是Vapnik等学者在统计学习理论基础上提出的一种新型智能学习方法[4]。SVM建立在VC维理论和结构风险最小化准则基础上。与神经网络(neural network, NN)等传统智能学习方法相比，SVM具有小样本学习、泛化能力强等特点，能有效地避免过度学习、局部极小点以及“维数灾难”等问题。通过引入 $\epsilon$ 不敏感损失函数，Vapnik等将SVM推广到非线性系统的回归估计，建立了支持向量回归算法(Support Vector Regression, SVR)，并广泛应用于函数估计、非线性系统建模等多个领域[5]。

应用SVR对非线性系统进行回归估计时，不需要事先对函数关系进行任何假设。本文利用这一特性，提出以教育评估的历史数据为基础，采用SVR建立教育评估要素与教育评估结果的关系，为教育评估提供一种新方法。

## 二、支持向量机回归算法

对于样本集  $G = \{(X_i, Y_i)\}_i^n$  ( $X_i$  是输入向量， $Y_i$  是对应的目标值， $n$  是样本数)，SVR 回归函数为：

$$f(x) = \omega \Phi(x) + b(1)$$

其中， $\Phi(x)$  是将数据变换到高维特征空间的非线性映射， $\omega$  和  $b$  为系数。

SVR 依据结构风险最小化准则, 来确定系数  $\omega$  和  $b$ , 即

$$R_{SVMs}(C) = C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{\epsilon}(y_i, f(\chi)_i) + \frac{1}{2} \|\omega\|^2 \quad (2)$$

$$L_{\epsilon}(y, f(\chi)) = \begin{cases} |y - f(\chi)| - \epsilon, & |y - f(\chi)| \geq \epsilon \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

在(2)式的风险函数中, 第一项  $C \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n L_{\epsilon}(y_i, f(x)_i) \right)$  表示经验风险, 由(3)式中的  $\epsilon$  不敏感损失函数来衡量。损失函数使得人们可以用稀疏的数据来描述(1)式中的回归函数。第二项  $1/2 \|\omega\|^2$  是正则化项,  $C$  是正则化参数。参数  $C$  和  $\epsilon$  需要事先设定。

约束条件不可实现时, 引入松弛变量  $\zeta_i$  和  $\zeta_i^*$ , 这样(2)式改写为:

$$\begin{aligned} \min \quad & R_{SVMs}(\omega, \zeta^{(*)}) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\zeta_i + \zeta_i^*) \\ \text{s. t.} \quad & y_i - \omega \Phi(\chi_i) - b_i \leq \epsilon + \zeta_i, \\ & \omega \Phi(\chi_i) + b_i - y_i \leq \epsilon + \zeta_i^* \\ & \zeta_i, \zeta_i^* \geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式通过对偶形式的 Lagrange 多项式, 可转化为:

$$\begin{aligned} \max \quad & R(a_i, a_i^*) = \sum_{i=1}^n y_i (a_i - a_i^*) - \omega \sum_{i=1}^n (a_i \\ & + a_i^*) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_i - a_i^*)(a_j - a_j^*) K(\chi_i, \chi_j) \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^n (a_i - a_i^*) = 0 \quad (5) \\ & 0 \leq a_i \leq C \\ & 0 \leq a_i^* \leq C \end{aligned}$$

其中,  $a_i$  和  $a_i^*$  为 Lagrange 乘子,  $K(X_i, X_j)$  为满足 Mercer 条件的核函数[4]。典型的核函数有:

$$\text{多项式核函数 } K(u, v) = (u \bullet v + 1)^p \quad (6)$$

$$\text{RBF 核函数 } K(u, v) = e^{-\frac{\|u-v\|^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

其中:  $u, v$  为输入空间的两个向量,  $p$  和  $\sigma$  分别为多项式和 RBF 核函数的参数。

根据最优化的充要条件(KKT 条件)知, 二次规划问题(5)的解中只有少数样本的系数  $(a_i - a_i^*)$  不为 0, 与之对应的样本  $(X_i, Y_i)$  称为支持向量。设支持向量的个数为  $S$ , 得到(1)式的回归函数为[4]:

$$f(x, a_i, a_i^*) = \sum_{i=1}^n (a_i - a_i^*) K(x, x_i) + b \quad (8)$$

### 三、基于支持向量回归的教育评估原理

$$\text{教育评估问题可表示为 } ER: [x_1(u), x_2(u), \dots, x_n(u)] \quad (9)$$

其中,  $ER$  (Evaluation Rule) 为评估规则,  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  是评估对象集,  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  是评估指标集,  $u_{ij} = p(X_i, Y_j)$  是评估对象  $X_i$  在评估指标  $y_i$  下的评估值 ( $i=1, 2, \dots, n$ ;  $j=1, 2, \dots, m$ )。 $a_{ij} = y_i(X_i)$  是评估对象  $X_i$  在评估指标  $y_i$  下的评估指标值。矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times m}$  表示评估对象集  $X$  关于评估指标集  $Y$  的评估指标值矩阵, 一般要将评估指标值矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times m}$  转变为规范化矩阵  $R = (r_{ij})_{n \times m}$ , 以消除不同物理量纲对评价结果的影响。评估专家根据评估对象  $X_i$  的评估值  $u_i$  比较和排序各评估对象。

教育评估问题的实质是利用已有的评估信息通过一定的方式对一组评估对象进行排序或分类, 从本质上讲属于一类模式识别问题。因此, 教育评估问题可视为关于模式匹配的数学映射问题, 映射的输入单元是评估对象  $X_i$  在评估指标  $y_i$  下的评估指标值向量  $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$ , 输出单元是评估专家对评估对象  $X_i$  的评估值  $U_i$ 。对于  $R$  到  $u$  之间可认为存在某一非线性映射  $F$ , 使  $u_i = F(r_{ij})$   $\quad (10)$

教育评估 SVR 方法的主要思想是利用 SVR 强大的非线性处理能力和良好的学习能力, 来描述评估专家的偏好结构。通过对评估样本的学习, 建立基于 SVR 的评估模型, 得到一逼近  $F$  的映射  $F$ , 描述评估对象  $X_i$  的评估指标值向量  $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$  与专家评估值  $u_i$  之间的非线性映射关系, 从而反映评估专家的偏好结构, 如图 1 所示。 $u = F(R)$   $\quad (11)$

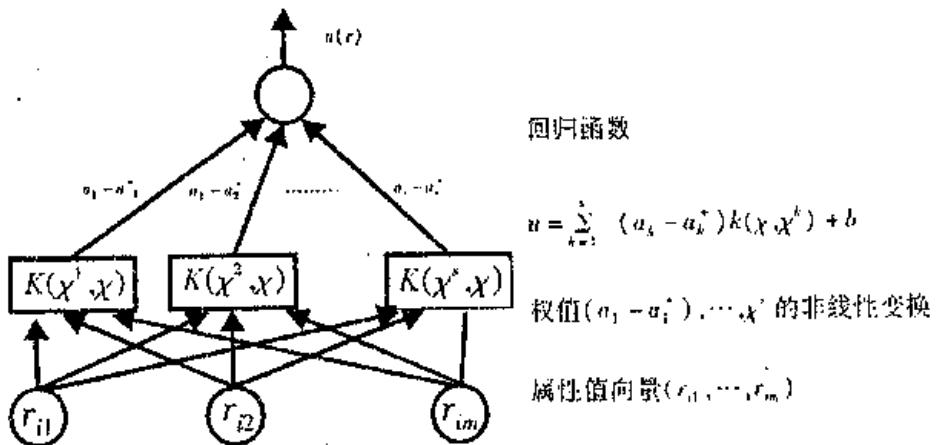


图 1 基于 SVR 的教育评估方法示意图

将评估对象  $X_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$  作为 SVR 的输入向量, 以评估专家对评估对象  $X_i$  的评估值  $u_i$  作为 SVR 的回归目标值, 据此构成学习样本集  $G = \{(X_i, U_i)\}_{n_i}$ 。求解 SVR 的回归问题, 获得回归函数

$$u = \sum_{k=1}^s (a_k - a_k^*) K(X, X^k) + b \quad (12)$$

其中,  $a_k$  和  $a_k^*$  为 Lagrange 乘子,  $X^k = (r_{k1}, r_{k2}, \dots, r_{km})$ , ( $k=1, 2, \dots, s$ ) 为支持向量,  $s$  为支持向量的数目,  $K(X, X^k)$  是核函数。式(12)建立了评估对象  $X_i$  在评估指标  $y_i$  下的指标值向量  $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$  和评估专家对评估对象  $X_i$  的评估值  $u_i$  之间的近似映射  $F$ 。

基于对评估机理的认识, 教育评估 SVR 方法的评估过程分为两个阶段: 学习阶段和执行阶段。学习阶段的目标是获取评估专家的偏好行为, 建立评估模型。学习阶段由三部分组成: 构造学习样本、训练和测试。学习样本反映了评估专家的偏好信息。将样本集分为训练集和测试集。通过对训练集样本的学习, SVR 获取评估专家的偏好行为, 建立评估模型。评估模型是否满足要求, 则由测试集进行检验。学习阶段完成后, SVR 就像一个“黑箱”一样贮存了评估专家进行教育评估的经验、知识、主观判断及对目标重要性的看法等偏好信息和推理机制。执行阶段的目标是根据建立的评估模型对评估对象  $X_i$  进行选择或排序。此时, 训练好的 SVR 便可再现评估专家的偏好信息, 对教育评估问题做出合理的判断, 得到评估结果。整个评估过程如图 2 所示。该方法能够快速地对具有大量数据的同类问题进行评估判断, 是一种智能化的教育评估方法。

## 四、应用实例

本文以文献[1]中的学位授权点合格评估为例,运用基于 SVR 的教育评估方法对其进行模拟评估。由专家评估得到的 30 组数据如表 1 所示[1]。

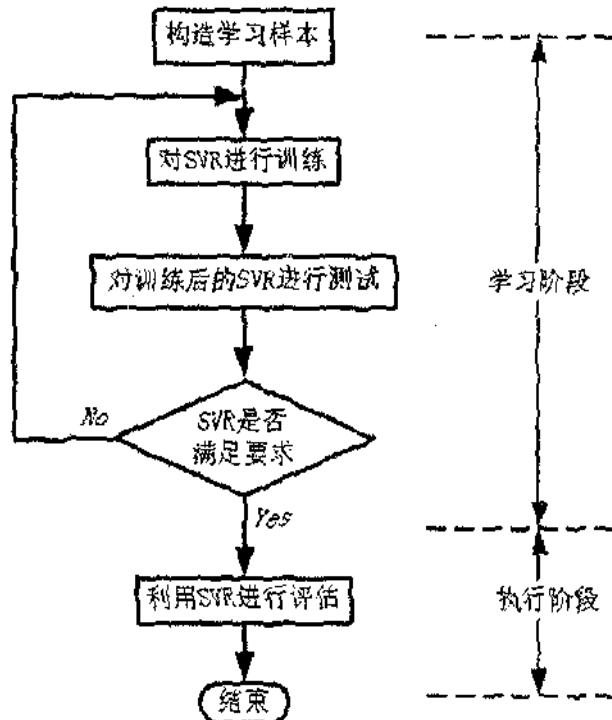


图 2 基于 SVR 的教育评估过程

为与文献[1]中的基于 NN 的评估方法进行对比, 在模拟评估中, 同样选择表 1 中前 24 组数据对作为训练集, 后 6 组数据作为测试集, 模拟待评估的对象, 以考查系统的泛化能力。由于 RBF 核函数在一般光滑性假设条件下具有良好的性能, 从而非常适合于没有更多关于数据的额外信息的情况[6]。因此, 选择 RBF 核函数作为 SVR 的核函数。SVR 算法由 Matlab6. 5 编程实现。通过参数选择[1]确定 SVR 的参数为:  $\sigma^2=0.008$ ,  $C=69$ ,  $\varepsilon=0.01$ 。测试集模拟评估的结果如表 2 所示。

表 1 专家评估数据

序号	学术队伍	科学研究	培养研究生的物质条件	研究生培养	综合评分
1	0.742	0.944	0.912	0.4	0.572
2	0.682	0.865	1.000	0.6	0.640
3	0.061	0.810	0.912	0.4	0.542
4	0.939	0.651	0.000	1.0	0.512
5	0.742	0.833	0.984	0.4	0.570
6	0.864	0.968	0.984	0.4	0.607
7	0.277	0.556	0.257	1.0	0.458
8	0.515	0.317	0.912	0.4	0.575
9	0.732	0.877	0.856	0.4	0.508
10	0.682	0.743	0.569	0.4	0.547
11	0.680	0.776	0.913	0.0	0.498
12	0.798	0.903	0.906	0.0	0.523
13	0.000	0.794	1.000	0.6	0.523
14	0.765	1.000	1.000	0.6	0.688
15	0.939	0.628	0.235	0.4	0.546
16	0.543	0.886	0.579	0.6	0.556
17	0.061	0.794	0.984	0.4	0.553
18	0.258	0.499	0.000	1.0	0.458
19	0.864	0.886	1.000	0.4	0.694
20	0.939	0.499	1.000	0.4	0.702
21	0.682	0.794	0.912	0.4	0.608
22	0.732	0.776	0.913	0.6	0.625
23	0.543	0.628	1.000	0.4	0.603
24	0.682	0.556	0.984	0.4	0.608
25	0.515	0.498	0.912	0.4	0.575
26	0.682	0.000	0.000	1.0	0.512
27	0.515	0.318	0.882	0.4	0.607
28	0.667	0.000	0.357	1.0	0.525
29	0.482	0.283	0.984	0.0	0.545
30	0.462	0.258	0.984	0.6	0.700

表 2 同时给出了文献[1]中 NN 方法的模拟评估结果。NN 方法模拟评估结果的相对误差最大为 0.209, 最小为 0.031, 平均相对误差为 0.093; 而 SVR 方法模拟评估结果的相对误差最大为 0.141, 最小为 0.007, 平均相对误差为 0.043。上述结果表明, 基于 SVR 的评估方法比基于 NN 的方法具有更高的预测精度和泛化能力。

表 2 模拟评估结果

序号	25	26	27	28	29	30	平均相 对误差
专家评分	0.575	0.512	0.607	0.525	0.545	0.700	
AN 评估值	0.556	0.471	0.534	0.481	0.525	0.553	0.093
相对误差	0.031	0.078	0.119	0.083	0.036	0.209	
SVR 评估值	0.584	0.499	0.581	0.540	0.541	0.601	0.043
相对误差	0.016	0.025	0.041	0.028	0.007	0.141	

表 3 给出了专家评估结果排序和 SVR 模拟评估结果排序。除对象 25 和对象 27 的顺序不一致外，对于其他评估对象，专家评估排序和 SVR 模拟评估排序是一致的。分析对象 25 和对象 27 顺序不一致的原因，我们认为是专家评估数据存在问题。两个评估对象在学术队伍和研究生培养两项的得分一样，在科学的研究和培养研究生的物质条件两项的得分，对象 25 均超过对象 27。而专家评估的综合评分却是对象 27 高于对象 25，这与实际数据不相符合。因此我们认为 SVR 模拟评估排序真正反映了这两个对象之间的优劣关系。同时，也说明该方法具有一定的容错能力。

表 3 方案排序分析

序号	25	26	27	28	29	30
专家评估	0.575	0.512	0.607	0.525	0.545	0.700
排序	3	6	2	5	4	1
SVR 评估值	0.584	0.499	0.581	0.540	0.541	0.601
排序	2	6	3	5	4	1

## 五、结论

本文提出基于 SVR 的教育评估方法，应用实例表明 SVR 能够建立评估对象  $X_i$  的指标值向量  $(r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im})$  与专家评估值  $u_i$  之间的非线性映射关系  $F$ ，反映评估专家的偏好结构。基于 SVR 的教育评估方法具有下述特点：

(1) 由于教育评估对象系统往往是非常复杂的，各个因素之间互相影响，呈现出复杂的非线性关系。SVR 通过引进核函数，实现数据空间到特征空间的非线性映射，因而在处理非线性问题上具有先天性的优势，为处理这类问题提供了强有力的工具。

(2) 该方法主要根据所提供的数据, 通过机器学习找出输入与输出之间的内在联系, 实现评估目标系统的自动建模, 从而求取问题的解。它不是依据对问题的经验知识和规则, 因而具有自适应功能, 这对于弱化评估过程中人为的因素是十分有益的。

(3) 该方法是一种基于数据的机器学习方法, 能够实现评估过程中专家的经验、知识和直觉思维的自学习。当需要对同类对象进行评估时, 该方法便可再现评估专家的知识, 从而实现了评估过程的智能化。

(4) 该方法计算简单、准确、快捷、可靠, 并节省评估活动的人力、物力和财力。特别是当评估问题的数量相当大时, 它的优势将更加突出。

需要指出的是, 在实践中采用本方法的关键是训练集的典型性问题: 一是训练集应具有权威性, 二是训练集应能反映评估对象的整体特征。

## 参考文献

[1]周学军, 刘颖琦. 基于人工神经网络 BP 算法的教育评估专家评价研究[J]. 数量经济技术经济研究, 2003, (11).

[2]陈伟. 人工神经网络及其在博士论文质量评估中的应用[J]. 中国高等教育评估, 2006, (4).

[3]易少军, 李学迁, 邹玲. 基于 BP 神经网络的高职教育教学质量评价[J], 中国教育信息化, 2007, (4).

[4]Vapnik V N. 统计学习理论的本质[M]. 张学工译. 北京: 清华大学出版社, 2000.

[5]Smola A J, Scholkopf B. A tutorial on support vector regression[J], Statistics and Computing, 2004, 14 (3).

[6]Smola A J. Learning with Kernels[D]. Berlin: Technische Universitat Berlin, 1998.

[7]王强, 陈英武, 邢立宁. 支持向量回归参数的混合选择[J]. 计算机工程, 2007, 33 (15).

(文见《中国高等教育评估》2007 年第 4 期)